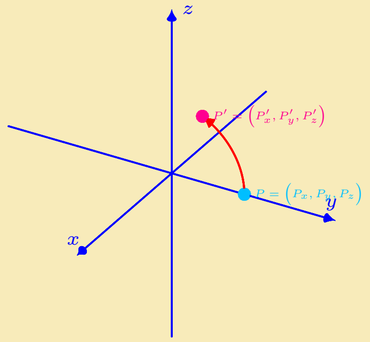
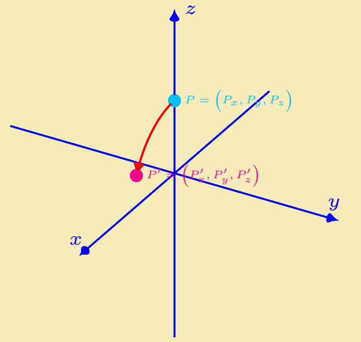
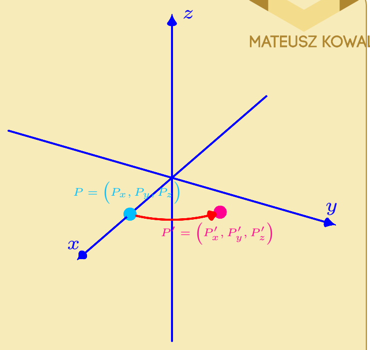






W wyniku obrotu punktu $P=(P_x,P_y,P_z)$, przy nieruchomym układzie współrzędnych, otrzymujemy punkt $P'=(P'_x,P'_y,P'_z)$.

Obrót punktu P wokół osi x o kąt α

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&\cos\alpha&-\sin\alpha\\0&\sin\alpha&\cos\alpha\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}P_x\\P_y\\P_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P'_x\\P'_y\\P'_z\end{bmatrix}$$

np. $P=(0,1,0)$, $\quad\alpha=90^\circ$

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&-1\\0&1&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

Obrót punktu P wokół osi y o kąt α

$$\begin{bmatrix}\cos\alpha&0&\sin\alpha\\0&1&0\\-\sin\alpha&0&\cos\alpha\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}P_x\\P_y\\P_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P'_x\\P'_y\\P'_z\end{bmatrix}$$

np. $P=(0,0,1)$, $\quad\alpha=90^\circ$

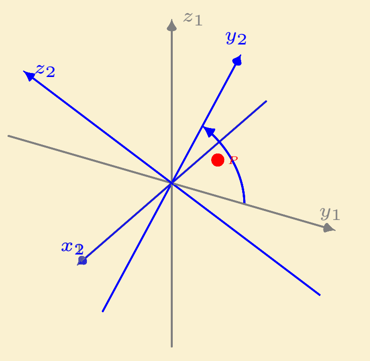
$$\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\-1&0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$$

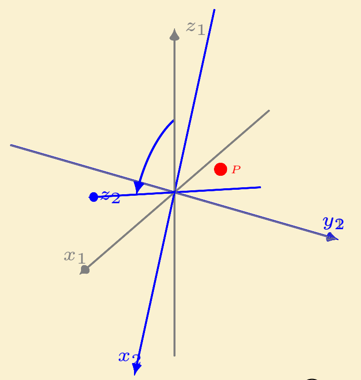
Obrót punktu P wokół osi z o kąt α

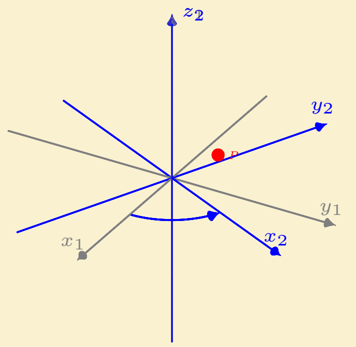
$$\begin{bmatrix}\cos\alpha&-\sin\alpha&0\\\sin\alpha&\cos\alpha&0\\0&0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}P_x\\P_y\\P_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P'_x\\P'_y\\P'_z\end{bmatrix}$$

np. $P=(1,0,0)$, $\quad\alpha=90^\circ$

$$\begin{bmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$$







W wyniku obrotu układu współrzędnych ①, przy nieruchomym punkcie P, otrzymujemy układ współrzędnych ②.

Przeliczenie punktu P w układzie ① na układ ②

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&\cos\alpha&\sin\alpha\\0&-\sin\alpha&\cos\alpha\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}P_x^{①}\\P_y^{①}\\P_z^{①}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P_x^{②}\\P_y^{②}\\P_z^{②}\end{bmatrix}$$

np. $P=(0,0,1)_{①}$, $\quad\alpha=90^\circ$

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&-1&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}_{①}=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}_{②}$$

Przeliczenie punktu P w układzie ① na układ ②

$$\begin{bmatrix}\cos\alpha&0&-\sin\alpha\\0&1&0\\\sin\alpha&0&\cos\alpha\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}P_x^{①}\\P_y^{①}\\P_z^{①}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P_x^{②}\\P_y^{②}\\P_z^{②}\end{bmatrix}$$

np. $P=(0,0,1)_{①}$, $\quad\alpha=90^\circ$

$$\begin{bmatrix}0&0&-1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}_{①}=\begin{bmatrix}-1\\0\\0\end{bmatrix}_{②}$$

Przeliczenie punktu P w układzie ① na układ ②

$$\begin{bmatrix}\cos\alpha&\sin\alpha&0\\-\sin\alpha&\cos\alpha&0\\0&0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}P_x^{①}\\P_y^{①}\\P_z^{①}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P_x^{②}\\P_y^{②}\\P_z^{②}\end{bmatrix}$$

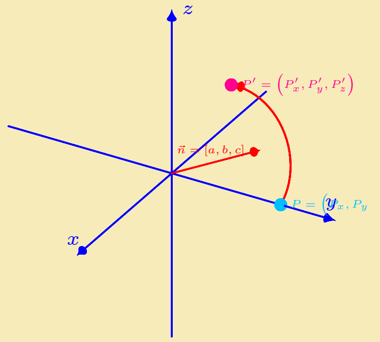
np. $P=(1,0,0)_{①}$, $\quad\alpha=90^\circ$

$$\begin{bmatrix}0&1&0\\-1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}_{①}=\begin{bmatrix}0\\-1\\0\end{bmatrix}_{②}$$

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&\cos\alpha&-\sin\alpha\\0&\sin\alpha&\cos\alpha\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&\cos\alpha&\sin\alpha\\0&-\sin\alpha&\cos\alpha\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\cos\alpha&0&\sin\alpha\\0&1&0\\-\sin\alpha&0&\cos\alpha\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}\cos\alpha&0&-\sin\alpha\\0&1&0\\\sin\alpha&0&\cos\alpha\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\cos\alpha&-\sin\alpha&0\\\sin\alpha&\cos\alpha&0\\0&0&1\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}\cos\alpha&\sin\alpha&0\\-\sin\alpha&\cos\alpha&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

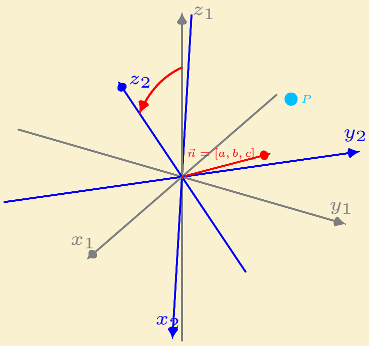


W wyniku obrotu punktu $P=(P_x,P_y,P_z)$, przy nieruchomym układzie współrzędnych, o kąt φ, wokół osi o wektorze kierunkowym $\vec{n}=[a,b,c]$, $|\vec{n}|=1$, przechodzącej przez początek układu współrzędnych, otrzymujemy punkt $P'=(P'_x,P'_y,P'_z)$.

$$\begin{bmatrix} a^2(1-\cos\varphi)+\cos\varphi & ab(1-\cos\varphi)-c\sin\varphi & ac(1-\cos\varphi)+b\sin\varphi \\ ab(1-\cos\varphi)+c\sin\varphi & b^2(1-\cos\varphi)+\cos\varphi & bc(1-\cos\varphi)-a\sin\varphi \\ ac(1-\cos\varphi)-b\sin\varphi & bc(1-\cos\varphi)+a\sin\varphi & c^2(1-\cos\varphi)+\cos\varphi \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}P_x\\P_y\\P_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P'_x\\P'_y\\P'_z\end{bmatrix}$$

np. $P=(0,0,1)$, $\vec{n}=\frac{[1,1,0]}{\sqrt{2}}$, $\alpha=90^\circ$

$$\begin{bmatrix} a^2 & ab-c & ac+b \\ ab+c & b^2 & bc-a \\ ac-b & bc+a & c^2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}\\-\frac{\sqrt{2}}{2}\\0\end{bmatrix}$$



W wyniku obrotu układu współrzędnych ①, przy nieruchomym punkcie P, o kąt φ, wokół osi o wektorze kierunkowym $\vec{n}=[a,b,c]_{\textcircled{1}}$, $|\vec{n}|=1$, przechodzącej przez początek układu współrzędnych, otrzymujemy układ ②.

Przeliczenie punktu P w układzie ① na układ ② jest następujące:

$$\begin{bmatrix} a^2(1-\cos\varphi)+\cos\varphi & ab(1-\cos\varphi)+c\sin\varphi & ac(1-\cos\varphi)-b\sin\varphi \\ ab(1-\cos\varphi)-c\sin\varphi & b^2(1-\cos\varphi)+\cos\varphi & bc(1-\cos\varphi)+a\sin\varphi \\ ac(1-\cos\varphi)+b\sin\varphi & bc(1-\cos\varphi)-a\sin\varphi & c^2(1-\cos\varphi)-\cos\varphi \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}P_x^{\textcircled{1}}\\P_y^{\textcircled{1}}\\P_z^{\textcircled{1}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P_x^{\textcircled{2}}\\P_y^{\textcircled{2}}\\P_z^{\textcircled{2}}\end{bmatrix}$$

np. $P=(0,0,1)_{\textcircled{1}}$, $\vec{n}=\frac{[1,1,0]}{\sqrt{2}}{}_{\textcircled{1}}$, $\alpha=90^\circ$

$$\begin{bmatrix} a^2 & ab+c & ac-b \\ ab-c & b^2 & bc+a \\ ac+b & bc-a & c^2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}_{\textcircled{1}}=\begin{bmatrix}-\frac{\sqrt{2}}{2}\\\frac{\sqrt{2}}{2}\\0\end{bmatrix}_{\textcircled{2}}$$